

6.8 一般マルコフ情報源のエントロピー計算法

- 情報源アルファベット  $\{a_1, \dots, a_M\}$
- 状態  $\{S_0, \dots, S_{N-1}\}$
- その定常確率分布  $\{w_0, \dots, w_{N-1}\}$
- 状態  $S_i$  にあるときの情報源記号  $a_j$  を発生する確率  $P(a_j | S_i)$

とすれば、マルコフ情報源  $S$  のエントロピーは、次のようになる。

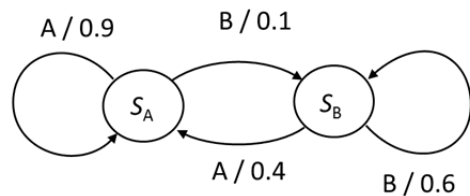
$$H(S) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i \left( - \sum_{j=1}^M P(a_j | S_i) \log_2 P(a_j | S_i) \right)$$

計算の手順は、次のようになる。

- ・ 定常分布を求める。
- ・ 各状態におけるエントロピーを求める。
- ・ それをブレンドする。

【例】 次のマルコフ情報源を考えてみよう。

$$\begin{cases} P_{X_i|X_{i-1}}(A | A) = 0.9 \\ P_{X_i|X_{i-1}}(B | A) = 0.1 \\ P_{X_i|X_{i-1}}(A | B) = 0.4 \\ P_{X_i|X_{i-1}}(B | B) = 0.6 \end{cases}$$



定常的な状態分布を  $(w_0, w_1)$ 、状態が  $S_0$  である確率を  $w_0$ 、 $S_1$  である確率を  $w_1$  とすると

$$\begin{cases} w_0 + w_1 = 1 \\ (w_0, w_1) \begin{bmatrix} 0.9 & 0.1 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix} = (w_0, w_1) \end{cases}$$

を解いて、 $w_0 = 0.8, w_1 = 0.2$  を得る。

状態が  $S_A$  であるときのエントロピーは、 $H_{S_0}(S) = \mathcal{H}(0.1) \approx 0.469$  である。

状態が  $S_B$  であるときのエントロピーは、 $H_{S_1}(S) = \mathcal{H}(0.4) \approx 0.971$

それぞれの状態の確率に応じてブレンドすると、 $H(S) = 0.8H_{S_0}(S) + 0.2H_{S_1}(S) \approx 0.5694$  が得られる。