

2014 年度情報理論到達確認テスト(6月9日 8:45-10:15 実施)

- 教科書, ノート, PC など持ち込み制限はありません.
- 調査・相談は可能です. ただし, 調査の場合は調査の目標, 方法を記載すること, また, 相談の場合は, 相談相手, 相談内容の骨子, 自分の貢献, 他者から得た知見の骨子を記載すること.
- 到達確認テスト実施中に完了しなければ, 6月16日午後5時までに, 総合研究7号館210号室 瀧本(たきもと)事務担当に提出すること. オフィスアワーは, 平日の10:00-12:00, 13:00-17:00ですが, 様々な用事で不在の時もあるので, 事前に電話/メールで連絡すること (753-5371 / takimoto@ii.ist.i.kyoto-u.ac.jp). レポート用紙を追加しても構わない.
- 6月23日頃以降に返却予定. 内容が不十分な場合は再提出を指示することがある.

次の問題 1~3 すべてに解答せよ.

問題 1 無記憶定常情報源 S の情報源記号の集合を $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\}$ とし, その発生確率を $\{0.49, 0.14, 0.14, 0.07, 0.07, 0.04, 0.02, 0.02, 0.01\}$ とする. 次の 3 つの方法で情報源 2 元符号化を行い, その平均符号長を比較せよ. どこが違うか論じなさい.

(1) シヤノン符号化: 情報源記号を発生確率の降順に並べ, それを $\{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9\}$ とする. $u_1 = 0, u_i = u_{i-1} + P(B_{i-1})$ ($2 \leq i \leq 9$) として, $\{u_1, \dots, u_9\}$ を順次計算する. $1 \leq i \leq 9$ に対して, u_i を $l_i = \lceil -\log_2 P(B_i) \rceil$ 桁まで 2 進展開し, 小数点以下の系列を B_i の符号語とする. ただし, $\lceil x \rceil$ は x 以上の整数を表す,

(2) ファノ符号化: 情報源記号を発生確率の降順に並べ, $\{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9\}$ とする. $\{B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8, B_9\}$ を $P(B_1) + \dots + P(B_j)$ と $P(B_{j+1}) + \dots + P(B_9)$ の差ができるだけ小さくなるように二つのグループ $\{B_1, \dots, B_j\}$ と $\{B_{j+1}, \dots, B_9\}$ に分割し, 一方のグループに符号アルファベット 0 を, 他方に 1 を割り当てる. それぞれのグループに対して再帰的に上記の作業を繰り返す.

(3) ハフマン符号化

問題 2 次の遷移確率行列 T で表わされたマルコフ情報源 S がある.

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & p & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} - p & 0 \\ \frac{1}{2} - p & 0 & \frac{1}{2} & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ p & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} - p \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ただし, } 0 < p < \frac{1}{2}$$

ここで, i 番目の状態 S_i に遷移するとき情報源記号 A_i ($A_i \neq A_j$ if $i \neq j$) が生成されるものとする. また, p は $\frac{1}{2}$ に十分近いとする.

設問 1 S が正規マルコフ情報源であることを示せ.

設問 2 S の挙動を定性的に述べよ.

設問 3 十分大きな n に対して, T^n の値を概算せよ.

設問 4 S の 1 次エントロピー $H_1(S)$, 1 情報源記号あたりの 2 次エントロピー $H_2(S)$, 1 情報源記号あたりの n 次エントロピー $H_n(S)$ の値を概算せよ.

設問 5 S の 1 情報源記号あたりのエントロピー $H(S)$ の値を概算せよ. ただし, $H(S) = \lim_{n \rightarrow \infty} H_n(S)$ である.

問題 3 通信路行列 $T = \begin{bmatrix} \bar{p} & p \\ q & \bar{q} \end{bmatrix}$ で規定される記憶のない 2 元定常通信路の通信路容量 C を定量的に求めなさい. ただし, $\bar{p} \equiv 1 - p, \bar{q} \equiv 1 - q$.