

2015 年度情報理論到達確認テスト (6 月 15 日 8:45-10:15 実施)

- 教科書, ノート, PC など持ち込み制限はありません.
- 当日, 調査・相談は可能です. ただし, 調査の場合は調査の目標, 方法を記載すること, また, 相談の場合は, 相談相手, 相談内容の骨子, 自分の貢献, 他者から得た知見の骨子を記載すること.
- 到達確認テスト実施中に完了しなければ, 6 月 22 日午後 5 時までに, 総合研究 7 号館 210 号室 瀧本 (たきもと) 事務担当に提出すること. オフィスアワーは, 平日の 10:00-12:00, 13:00-17:00 ですが, 様々な用事で不在の時もあるので, 事前に電話/メールで連絡すること (753-5371 / takimoto@ii.ist.i.kyoto-u.ac.jp). レポート用紙を追加しても構わない.
- 6 月 29 日頃以降に返却予定. 内容が不十分な場合は再提出を指示することがあります.

次の問題 1~3 すべてに解答しなさい.

問題 1 n 個の情報源記号 $\{A_1, \dots, A_n\}$ をもつ無記憶情報源に対して, 情報源記号を 1 つずつ, 瞬時復号可能な 2 元符号に符号化することとする. また, 符号 C の符号語を $\{c_1, \dots, c_n\}$ としたとき, 多重集合 $\{|c_1|, \dots, |c_n|\}$ を C の符号長バッグと呼ぶことにする. さらに, n 個の情報源記号をもつ無記憶情報源に対して, 情報源記号のさまざまな生起確率分布のもとで生じ得るすべてのコンパクト符号の符号長バッグの集合を $\mathcal{E}(n)$ と表記する. 例えば, $n=2$ のときは, 符号アルファベットを $\{0,1\}$ とすれば, コンパクト符号は $C = \{0,1\}$ しかなく, C の符号長バッグは $\{1,1\}$ であるので $\mathcal{E}(2) = \{\{1,1\}\}$ となる. $3 \leq n$ のときは, $\mathcal{E}(3) = \{\{1,2,2\}\}$, $\mathcal{E}(4) = \{\{1,2,3,3\}, \{2,2,2,2\}\}$, ... となる. 次の設問に答えよ.

【設問 1】 $\mathcal{E}(5)$, $\mathcal{E}(6)$, $\mathcal{E}(7)$ をそれぞれ求めよ.

【設問 2】 無記憶情報源 S^* の各情報源記号 A^*_i ($1 \leq i \leq n$) の生起確率が, ある正の数 p を用いて $P(A^*_i) = p^i$ と表わされるとしよう. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) $n=7$ として, S^* に対するコンパクト符号 C^* に対する符号長バッグはどうなるか?
- (2) 一般の n について, C^* の平均符号長はどうなるか?
- (3) 十分大きな n に対して C^* の平均符号長はどうなるか?

問題 2 $\{A, B\}$ を情報源記号とし, その定常分布が $P(A) = \frac{1}{32}$, $P(B) = \frac{31}{32}$ の記憶のない情報源 S がある. 次の問いに答えよ. ただし符号化には 2 元符号を用いるものとする.

【設問 1】 情報源 S の 2 次拡大情報源 S^2 , 3 次拡大情報源 S^3 に対するコンパクト符号とその 1 情報源記号あたりの平均符号長を示せ.

【設問 2】 情報源 S の n 次拡大情報源 S^n に対するコンパクト符号の 1 情報源記号あたりの平均符号長を y とするとき, n の関数としての y の概形を, n を横軸, y を縦軸とするグラフで示せ.

【設問 3】 情報源 S に対して, 1 情報源記号あたりの平均符号長が 0.33 未満となる瞬時復号可能なブロック符号を構成せよ.

問題 3 通信路行列 $\begin{bmatrix} \bar{p} & p & 0 \\ p & \bar{p} & 0 \\ 0 & p & \bar{p} \end{bmatrix}$ (ただし, $0 \leq p \leq 1$, $p + \bar{p} = 1$ とする) で規定される無記憶通信路

がある. このとき, 次の問いに答えよ.

【設問 1】 この通信路の入力を X , 出力を Y , 入力記号 0,1,2 の生起確率をそれぞれ x_0, x_1, x_2 とするとき, 出力のエントロピー $H(Y)$, 入力と出力の相互情報量 $I(X;Y)$ を求めよ.

【設問 2】 $I(X;Y)$ の最小値を求めよ. また, $I(X;Y)$ の最小値を与える入力記号の生起確率の組み合わせを複数示せ.

【設問 3】 $p = \frac{1}{6}$ のとき, この通信路の通信路容量を求めよ.